

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Mathematik: Analyse und Ansätze

## Leistungsstufe

### 1. Klausur

Montag, 1. November 2021 (Nachmittag)

Prüfungsnummer des Kandidaten

2 Stunden

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur dürfen Sie keinen Taschenrechner nutzen.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Answerheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Answerhefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[110 Punkte]**.



Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben  
werden, werden nicht bewertet.



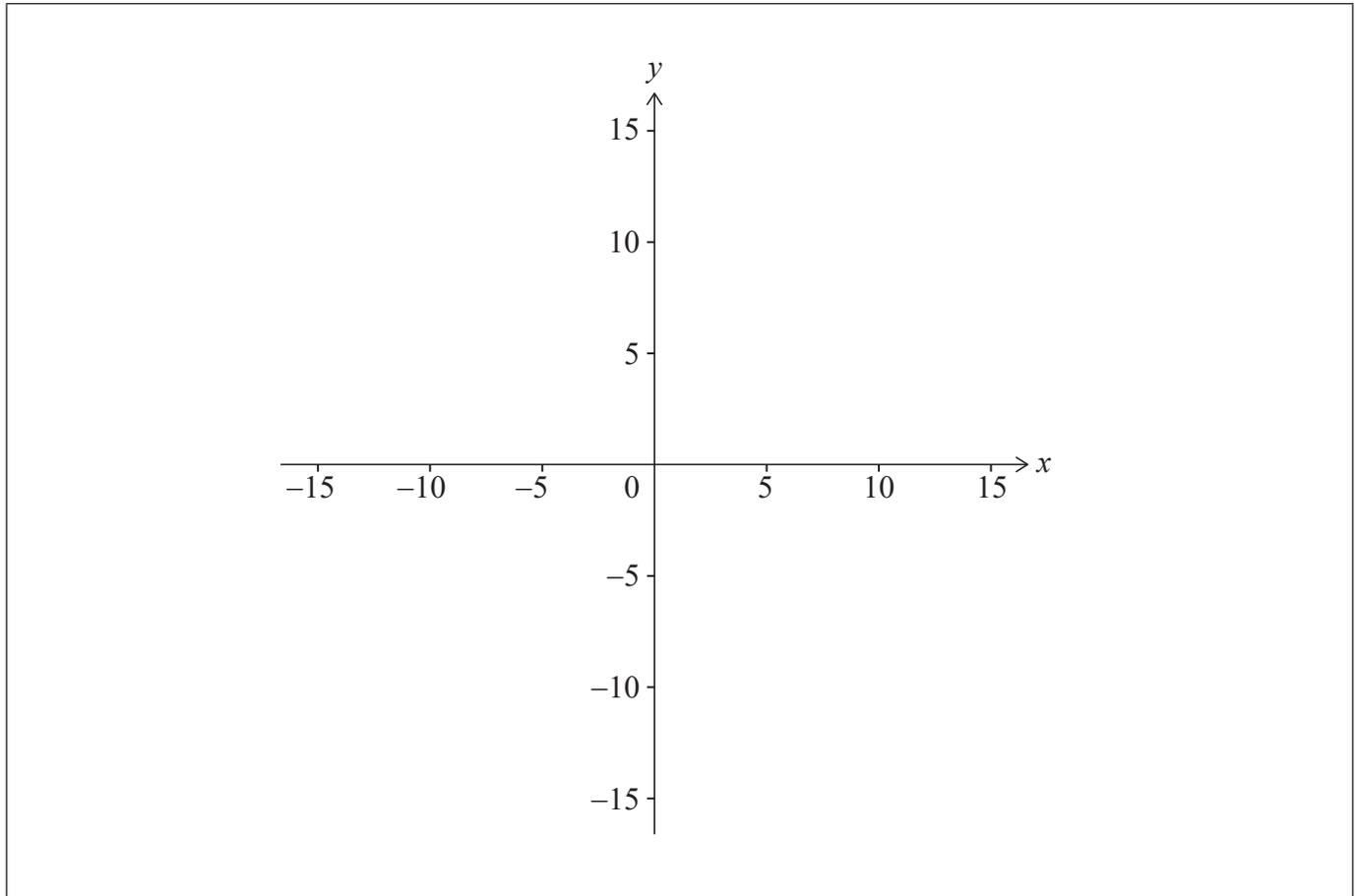




**(Fortsetzung Frage 2)**

(c) Skizzieren Sie den Graphen von  $f$  im nachstehenden Koordinatensystem.

[1]



Die Funktion  $g$  ist definiert durch  $g(x) = \frac{ax+4}{3-x}$  für  $x \in \mathbb{R}, x \neq 3$  und  $a \in \mathbb{R}$ .

(d) Es sei  $g(x) = g^{-1}(x)$ . Bestimmen Sie den Wert von  $a$ .

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Maximale Punktzahl: 5]

Lösen Sie die Gleichung  $\log_3 \sqrt{x} = \frac{1}{2 \log_2 3} + \log_3(4x^3)$  für  $x > 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





5. [Maximale Punktzahl: 7]

Die Funktion  $f$  ist definiert für alle  $x \in \mathbb{R}$ . Die Gerade mit der Gleichung  $y = 6x - 1$  ist die Tangente an den Graphen von  $f$  bei  $x = 4$ .

(a) Notieren Sie den Wert von  $f'(4)$ . [1]

(b) Finden Sie  $f(4)$ . [1]

Die Funktion  $g$  ist definiert für alle  $x \in \mathbb{R}$ . Es gilt  $g(x) = x^2 - 3x$  und  $h(x) = f(g(x))$ .

(c) Finden Sie  $h(4)$ . [2]

(d) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit die Gleichung der Tangenten an den Graphen von  $h$  bei  $x = 4$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....











Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

### Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Answerheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

10. [Maximale Punktzahl: 16]

Ein Teilchen  $P$  bewegt sich entlang der  $x$ -Achse. Die Geschwindigkeit von  $P$  ist  $v$  (in  $\text{ms}^{-1}$ ) zum Zeitpunkt  $t$  (in Sekunden). Für  $v$  gilt:  $v(t) = 4 + 4t - 3t^2$  für  $0 \leq t \leq 3$ . Zum Zeitpunkt  $t = 0$  befindet sich  $P$  am Ursprung  $O$ .

(a) (i) Finden Sie den Wert von  $t$ , wenn  $P$  seine maximale Geschwindigkeit erreicht hat.

(ii) Zeigen Sie, dass der Abstand von  $P$  vom Ursprung  $O$  zu diesem Zeitpunkt  $\frac{88}{27}$  Meter beträgt. [7]

(b) Skizzieren Sie einen Graphen von  $v$  über  $t$  mit klarer Darstellung aller Schnittpunkte mit den Achsen. [4]

(c) Finden Sie die gesamte zurückgelegte Strecke des Teilchens  $P$ . [5]

11. [Maximale Punktzahl: 14]

(a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass  $\frac{d^n}{dx^n}(x^2e^x) = [x^2 + 2nx + n(n-1)]e^x$  für  $n \in \mathbb{Z}^+$ . [7]

(b) Bestimmen Sie unter Nutzung der Vorarbeit oder mittels einer anderen Methode die Maclaurinsche Reihe von  $f(x) = x^2e^x$  in aufsteigenden Potenzen von  $x$ , bis einschließlich zum Term in  $x^4$ . [3]

(c) Bestimmen Sie unter Nutzung der Vorarbeit oder mittels einer anderen Methode den Wert von  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{(x^2e^x - x^2)^3}{x^9} \right]$ . [4]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

**12.** [Maximale Punktzahl: 22]

Betrachten Sie die Gleichung  $(z - 1)^3 = i$ ,  $z \in \mathbb{C}$ . Die Lösungen dieser Gleichung sind  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  und  $\omega_3$ , mit  $\text{Im}(\omega_2) > 0$  und  $\text{Im}(\omega_3) < 0$ .

- (a) (i) Validieren Sie, dass  $\omega_1 = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$  eine Lösung dieser Gleichung ist.
- (ii) Finden Sie  $\omega_2$  und  $\omega_3$  und drücken Sie diese in der Form  $a + e^{i\theta}$  aus, mit  $a \in \mathbb{R}$  und  $\theta > 0$ . [6]

Die Lösungen  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  und  $\omega_3$  werden durch die Punkte A, B und C auf einem Argand-Diagramm dargestellt.

- (b) Zeichnen Sie die Punkte A, B und C in ein Argand-Diagramm ein. [4]
- (c) Finden Sie AC. [3]

Betrachten Sie die Gleichung  $(z - 1)^3 = iz^3$  mit  $z \in \mathbb{C}$ .

- (d) Zeigen Sie unter Verwendung des Satzes von de Moivre, dass  $\alpha = \frac{1}{1 - e^{i\frac{\pi}{6}}}$  eine Lösung dieser Gleichung ist. [3]
- (e) Bestimmen Sie den Wert von  $\text{Re}(\alpha)$ . [6]

Quellen:

© International Baccalaureate Organization 2021



Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben  
werden, werden nicht bewertet.



16EP15

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben  
werden, werden nicht bewertet.



16EP16